

核力と3体力

これは2006年6月13日 理化学研究所の 月例コロキウム/核物理セミナー で話したのをまとめたものである。

核力と3体力

宮沢弘成

50年前、3体核力がどのようにして考え出され、計算されたかを述べる。当時の核力、中間子の理論はどのようにであったかの研究背景を回顧する。半世紀たってハドロンの見方も大きく変わった。現在の理論で核力はどのように取り扱われるべきか、そのなかで3体力はどのような役割を果たすかを考える。

1. 半世紀前の中間子物理

50年前の1956年には π 中間子にやっと目鼻が付いた。戦後Powell等の $\pi\mu$ 崩壊の発見後、加速器により人工 π が作られるようになった。電子シンクロトロンによる $\gamma\pi$ 生成、続いて陽子シンクロサイクロトロンによりパイオンビームも作られた。これであれよあれよと言う間にパイオンの性質は分かってしまった。スピン0で負パリティ、アイソスピンは1で荷電独立であること。

しかしパイオンの理論はうまくいかなかった。当時QEDは花盛りである。朝永等の繰り込み理論、Feynman図により、ラムシフト、電子の異常磁気モーメントが見事に説明され、もともとKlein-仁科に始まる電磁過程に理論は全てうまくいったのであった。当然同じ手法をパイオンに使ったのだが、全然実験とあわない。

とくに注目されたのは γ 線による π 生成である。摂動計算によると、 π^+ に比べて π^0 は殆ど作られない。実験では両者同じくらい作られるのである。 π は結合定数が小さくないから、摂動の最低次が合わないのは覚悟していたが、高次補正で回復できるような事態ではない。全く別のことを考えなければならない。

摂動論と逆の強結合理論が提案された。結合が強いと核子にパイオンの雲が凍り付いて慣性モーメントを生じ、回転励起状態が現れる。現在 Δ と呼ばれるものである。 γ で Δ が共鳴励起されると、 π^0 も π^+ 同様多量に作られ、実験結果と一致する。

これで直ちに Δ の存在が承認されたわけではないが、部分波展開して解析するという原子核物理の常套手段が、パイオン物理でも用いられるようになった。Chicago大のEnrico Fermi等は πN 散乱の位相差解析を行った。しかし微分断面積から散乱振幅を出すには曖昧さが伴い、確定したことが言えない。Fermiの解析に平行して、

Murph Goldberger 等により πN 前方散乱の分散公式が導かれた。パイオンのエネルギーを k_0 、前方散乱振幅を $f(k_0)$ 、全断面積を σ として、

$$\text{Re}[f_-(k_0) - f_+(k_0)] = \frac{f^2}{2\pi} \frac{1}{k_0} + \frac{k_0}{4\pi^2} \int_{\mu}^{\infty} \frac{\sigma_-(k'_0) - \sigma_+(k'_0)}{k_0'^2 - k_0^2} k'_0 dk'_0,$$

の形のものである。この公式は Fermi の曖昧さを解決し、見事によくあった (図 1)。 π -N の結合定数は

$$\frac{f^2}{4\pi} = 0.08$$

と定められた。またスピン=2/3, アイソスピン=2/3 状態の位相差 δ_{33} が 180 度を越して大きくなり、共鳴状態 (Δ) の存在が確かめられた。こうしてパイ中間子理論が正しいことが認められた。

2. 核力理論

ついでパイ交換による核力の研究が行われた。武谷三男によると、2 核子問題では空間を次の 3 領域に分けて考えるのがよいという。2 核子間距離を r 、パイオン、核子の Compton 波長をそれぞれ $1/\mu, 1/M$ として、

領域	I	$r > r_0 = 1/\mu,$
領域	II	$r_0 > r > 1/M,$
領域	III	$1/M > r.$

領域 I では交換される π の運動量は μ より小さい。核子の反跳エネルギーは第 1 段階では無視される。このときは 2 核子問題は曖昧さのない手法で解くことが出来る。断熱ポテンシャルは 2 核子を固定したときの (位置 X_i を c-数としたときの) ネルギ - で、湯川ポテンシャル

$$\frac{f^2}{4\pi} \frac{e^{-\mu r}}{r},$$

で与えられる。ついで核子運動エネルギーを復活させて Schrödinger 方程式を解けばよい。

領域 II は難しいところで、2 個以上のパイオン交換が効いてくる。反跳効果、核子運動の相対論的効果も無視できなくなる。理論を総動員して当たらなければならない。

領域 III は理論の歯の立たないところである。当時はパイ中間子論は運動量 $k > M$ では成り立たないと考えられた。この領域は black box として扱うほかない。

玉垣良三等日本の核力グループは重陽子を解いた。重陽子は $1/\mu$ の 3 倍ほどに広がっており、その $D-$ 状態は原点で 0 なのだから、専ら領域 I の問題である。重陽

子のデータから、彼らは結合定数を $f^2/4\pi=0.08$ と出した。これは正に分散式から出したものと一致する。

3. 静的中間子論

核子の外の方 ($> r_0$) では核子反跳を無視して、つまり核子が位置 X に固定されているという静的近似でよい結果が得られる。静的近似と π -N 散乱分散公式とを組み合わせるといろいろの有用な結果が得られる。

エネルギー、運動量が k_0, \mathbf{k} , アイススピン i のパイオンが k_0, \mathbf{q}, j に散乱される時の振幅 (図 3.1) は

$$F_{ij}(\mathbf{k}, k_0; \mathbf{q}, k_0) = A(k_0)\tau_i\tau_j\sigma\mathbf{k}\sigma\mathbf{q} + B_1(k_0)\tau_i\tau_j\sigma\mathbf{q}\sigma\mathbf{k} + B_2(k_0)\tau_j\tau_i\sigma\mathbf{k}\sigma\mathbf{q} + C(k_0)\tau_j\tau_i\sigma\mathbf{q}\sigma\mathbf{k}. \quad (1)$$

と書かれる。 A, B_i, C は k_0 のみの関数で、運動量 \mathbf{k}, \mathbf{q} には依存しない。核子はパイオンを吸っても動かないので、運動量の情報は失われてしまうのである。 $A(k_0), B_i(k_0), C(k_0)$ はエネルギー k_0 の π -N 前方散乱およびほとんど前方散乱の分散公式から求められる。

この式は有用である。1核子問題ではこれで核子周りのパイオンの雲の性質を調べることが出来る。図 3.2 のように2本のパイオンを結んで頂点 V に電界を置くと、パイオンの全電荷、その分布の拡がりの大きさを求めることが出来る。頂点に磁界を置けば、雲の磁気モーメント、その広がりが求まる。これらは静的近似以上の近似はなく、正確なものである。

2核子系では2パイオン交換の散乱振幅が求められる (図 3.3)。これから1パイ交換 (湯川ポテンシャル) の繰り返しを引いてやれば2パイ交換核力が出るが、静的近似では曖昧さなく断熱ポテンシャルを出すことが出来る。

4. 3体核力

3核子問題では図 4 の散乱である。これから1パイ交換の繰り返しを除くと3体核力が得られる。実はこの3体力ははなはだ簡単である。静的近似では核子は運動エネルギーをもたないから、交換されるパイオンは運動量を運ぶが、エネルギーは運ばない。式 (1) でパイオンのエネルギー k_0 は0、つまり $A(k_0)$ の関数形は必要なく、 $A(0)$ 等だけでよい。さらに交差対称と呼ばれる原理 (エネルギー k_0 のパイオンが入射するのは、 $-k_0$ のパイオンが出ていくのと同じ!) により、

$$A(-k_0) = C(k_0), \quad B_1(-k_0) = B_2(k_0),$$

(ただし引き算で除かれる原点の特異点は除く) したがって

$$A(0) = C(0), \quad B_1(0) = B_2(0),$$

であり、 $k_0 = 0$ では 2 個の定数で足りる。あと両端の核子の湯川結合定数と、交換される 2 個のパイオンの伝搬子を付け加えれば 3 体核力が得られる。

$$V = V(123) + V(231) + V(312),$$

$$\begin{aligned} V(123) = & \{ \{ A (\tau^1 \tau^2)(\tau^2 \tau^3) + B(\tau^2 \tau^3)(\tau^2 \tau^1) \} (\sigma^1 \nabla^1)(\sigma^2 \nabla^1)(\sigma^2 \nabla^3)(\sigma^3 \nabla^3) \\ & + \{ B (\tau^1 \tau^2)(\tau^2 \tau^3) + A(\tau^2 \tau^3)(\tau^2 \tau^1) \} (\sigma^3 \nabla^1)(\sigma^2 \nabla^1)(\sigma^2 \nabla^3)(\sigma^1 \nabla^3) \\ & + 2D(\tau^1 \tau^3)(\sigma^1 \nabla^1)(\sigma^3 \nabla^3) \} Y(12)Y(23), \end{aligned} \quad (2)$$

$$Y(ij) = e^{-\mu|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j|} / |\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j|.$$

ここで A, B はパイオン散乱の $A(0), B(0)$ と湯川結合定数 g から決まる定数である。先回りして書いてしまったが、 $V(123)$ の式 (2) の 3 行目、 D の項はパイ - 核子 S-波散乱によるものである。止まった核子も、負エネルギー状態へ転移することにより S-波のパイを吸収・放出し、散乱させる。これによる寄与も P-波と同様に扱える。 a_i はアイソスピン $i/2$ の S-波の散乱長である。

3 体力というものは古典物理では存在しないものであった。図 4 の 3 体散乱で、重力、クーロン力の場合は 1 粒子交換の繰返しを引くとゼロになって何も残らない。この場合は 3 体力は存在しない。核力のように結合にスピン、アイソスピンの非可換量があるときのみ 3 体力が残るのである。ニュートンの作用・反作用の原理 (2 体力のみ) は古典物理では正しいと言えよう。ただし以上は場によって媒介される力の場合で、力にはこの他化学結合によるもの、紐によるものなど複雑なものがあり得る。

その 3 体核力は外の領域、すなわち核子間距離が全て到達距離 $r_0 = 1/\mu$ より大きい、

$$r_{12}, \quad r_{23}, \quad r_{31} > r_0 = 1/\mu,$$

のとき、(2) 式で与えられる。2 体核力が外で湯川力で与えられるのに相当する。

定数 A, B, D はパイ-核子散乱データから求められる。50 年前の Fujita との計算は多少修正が必要である。そのときはパイ-パイ散乱のことは良く分からなかったのので、これは無視し、パイオンは核子 (重くて動かない) のみに吸われるとして静的近似としたのであった。その後強いパイ-パイ相互作用が認められたが、そこではロー共鳴の影響が支配的である。パイは核子と同じくらい重いローに吸われるとき、運動量情報は失われるので、静的近似は依然として用いることが出来る。しかしパイ-核子散乱の静的分散公式で、パイ-ロー相互作用があるとき、定数項を加えるという補正が必要かも知れず、数値計算のときは注意を要する。

こうして3体核力が求まったのだが、これを実験的に検証することなどは当時は思いも寄らなかった。これは外の方、武谷の言う領域Iでの話である。広がった重陽子と核子の前方散乱はかなり外部の現象だが、数値的に確言することなど不可能であった。気休め程度に3核子原子核の結合エネルギーに3体力がどのくらい寄与するかを当たってみたのだが、結合エネルギーは外でなく、中の方の効果が圧倒的である。定量的なことはなにも言えなかった。

その後40年経って3体核力の存在が確認されたのは極めて喜ばしいことであり、物理学の進歩に敬意を表するものである。まず外(領域I)の3体力が実験的に確立して定数が決まり、理論と会うことを期待する。

5. パイ中間子論の破綻とクォーク

外の方、武谷の言う領域Iの中間子論は片付いた。ここにはパイオンの雲が漂っていて2核子の雲が重なり合うと核子間の湯川ポテンシャルを与える。数値的によく一致する。そこで中の方、領域IIへ進む。ここでもまだ静的近似を使うことが出来る。パイ-核子散乱の位相差解析によると、 Δ 共鳴を通り越す $k \approx 3\mu$ でもD-波散乱は無視できるほど小さい。式(1)で $A(k_0)$ 等の運動量依存を無視したのが、 $k < 3\mu$ では正当化される。

この式を用いて2パイ交換の核力(図3.3)を計算した。これは $r > 1/3\mu$ では使えるつもりである。Fujita, Watari 等は3パイ交換の3体力を計算した。しかしこれらの実験的検証を云々する前に、1核子が問題であった。

核子の周りのパイオンの雲の様子は、図3.2を計算することによって知ることが出来る。陽子、中性子の異常磁気モーメントはパイオンの雲によると考えられたので、まずこれを計算してみると、全然合わない。磁気モーメントには中の方の寄与が大きいのので、静的近似で全部を出そうとするのは無理かも知れない。実験からは、磁気モーメントを与えるパイオンの雲は、半径 $r_0 \approx 0.8 \text{ fm}$ に広がっていることが知られていた。ところが図3.2で計算してみると雲はそのように広がっていない。もっと中にかたまっている。 $0.8 \text{ fm} = 0.6 / \mu$ では静的近似が充分使えると思われるのに、この不一致は何かが根本的に間違っていると思われた。1960年頃のことである。

1970年代になりクォーク模型が展開された。それによると陽子は u, u, d が、中性子は u, d, d がスピン単一項に組み合わせて出来ている。クォークがその電荷に比例する磁気モーメントをもつとすると、陽子、中性子のモーメントの比は $3 : -2$ となり、ほとんどピタリ合ってしまう。擬ベクトル結合の繰り込みもうまく行く。核子の3クォークが 0.8 fm 程度に広がっているとすれば、核子磁気モーメントは全て理解できる。

すなわち、核子は3個のクォークが 0.8 fm 程度に広がって出来ている。その外にパイオンの雲がしみ出している、というのが正しい描像である。

5. 新しい核力理論

核子がクォークで出来ていることが分かったので、図2で示される核力理論も改訂されなければならない。図7で示すとおりである。

核子間距離 r が $r_0 = 1/\mu$ より大きい領域Iでは1パイ交換でよいが、 r が $r_0 = 1.4$ fm より小さくなると、二つの核子のクォークの広がり重なり合うようになる。袋模型でいえば、3クォークが入っていた袋が重なり合っ一つの袋となり、中に6クォークが存在する6体状態となる。これを解かねばならぬ。この状態を近似的に2核子と何個かのパイオンで代表させ得るかもしれない。しかしそのような理論は、まず核子の異常磁気モーメントを説明しなければならない。

領域IIの6体問題を正面から解くことは困難である。これをブラックボックスとして扱うことから始めよう。6体であるが、クォークは外にはでてこない。運動量 k でブラックボックスに入射した2核子では、パイオン生成の閾以下では、弾性散乱のみ起こる。その位相差 $\delta_l(k)$ を全部与えればブラックボックスの必要な情報は分かることになる。あるいは外で正しい部分波 $f_l(r)$ の境界における値、

$$u_l'(r_0)/u_l(r_0) = f_l(E), \quad (3)$$

を与えてもよい。この境界条件の下、領域I($r > r_0$)では湯川ポテンシャルでSchrödinger方程式を解くのが2核子問題である。実験的に $f_l(k)$ を求め、ブラックボックスを開けて理論計算したものと比較するのが問題である。

2核子はこれでよいが、3核子問題はかなり厄介である。境界として、

1. 二つの $r_{ij} > r_0$, 一つの $r_{ij} = r_0$,
2. 一つの $r_{ij} > r_0$, 二つの $r_{ij} = r_0$.
3. 三つの $r_{ij} = r_0$

このうち1.の境界条件は2体の f_l で書けるが、2、3.は3体特有のものであり、新しく与えなければならない。

専門家に、こんな境界条件で方程式が解けるか訊いてみたところ、運動量変数で解いているので、 r で条件を与えられても困る、とのことであった。

6. 逆問題と実効核力

以下パイオン生成の非弾性チャンネルは無視する。外の方(領域I)ではSchrödinger方程式はポテンシャルを $V(r)$ として

$$\left\{ -\frac{d^2 u_l}{dr^2} + \left(\frac{l(l+1)}{r^2} + MV(r) \right) \right\} u_l = ME u_l, \quad (4)$$

で与えられる。 $r < r_0$ (領域II)ではこれではいけない。核子がなくなってしまうので、 r が定義できない。何とか定義しても相対論的効果は無視できないだろう、等々。

しかし方程式 (4) が全区間 $0 < r < \infty$ で使えると仮定すれば、ポテンシャル V が与えられれば散乱の位相差 $\delta_l(E)$ を求めることが出来る。

逆に位相差 $\delta_l(E)$ が与えられたとき、ポテンシャル $V(r)$ は決まるだろうか？この逆問題には Khosrow Chadan 等が解答を与えている。彼らによると位相差がエネルギー E の関数として与えられたとき、ポテンシャルは一義的に決まるそうである。但しそれは部分波毎に決まるので、ポテンシャルは $V_l(r)$ と書かれる

前節では難しい領域 II をブラックボックスとして、その効果を境界点での対数微分値 (3) で表したのであった。同じ内容のことを実効ポテンシャルで表すことが出来る。すなわち、2 核子問題のハミルトニアンは全領域

$$H_2 = \frac{\nabla_1^2}{2M} + \frac{\nabla_2^2}{2M} + V_2, \quad (5)$$

で与えられる。ここで

$$V_2 = \sum_l P_l V_l(r) P_l,$$

の形のポテンシャルである。 P_l は l 波への射影演算子。散乱実験（および重陽子のデータ）から V_2 を求める。 $V_l(r)$ が l にほとんど依らないならば V_2 は局所ポテンシャルで、好ましいが、そう簡単にはいかないだろう。理論的に V_2 を出すのは簡単ではないが、外の領域 I では湯川ポテンシャルのはずである。

3 核子問題もこれに倣って進める。ハミルトニアンは

$$\sum_{1,2,3} \frac{\nabla_i^2}{2M} + \sum V_2(r_{ij}) + V_3. \quad (6)$$

V_2 の和だけでは足りなくて必要になる V_3 が 3 体力である。これも領域 I では (1) 式の形のはずである。

7. 結語

すべての核子間距離 r_{ij} が $r_0 = 1/\mu = 1.4$ fm より大きい領域 I での問題は解決済みで、2 体ポテンシャルは湯川型、3 体は (1) 式型であると言ってよからう。

中の方、領域 II を扱うのは簡単ではない。1 つの方法は実効ポテンシャルを用いるのだが、実験結果より求めた実効 2 体力が部分波に大きく依存するならば、それを用いて 3 体問題を解くのは簡単ではない。実効力を理論的に導くのも困難な仕事である。

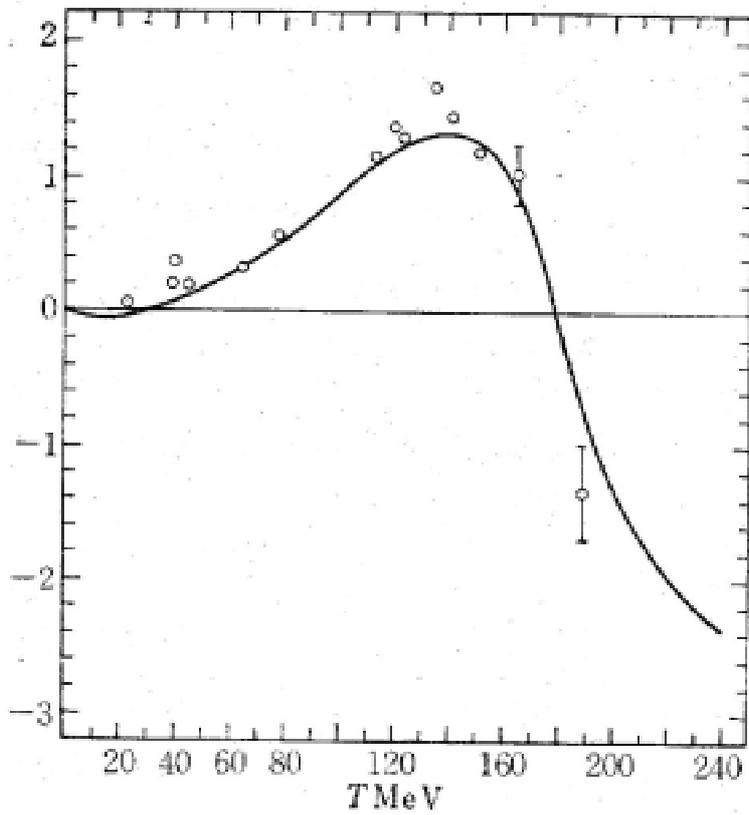


図 1 . $I=3/2$ 状態の N 前方散乱振幅の実数部

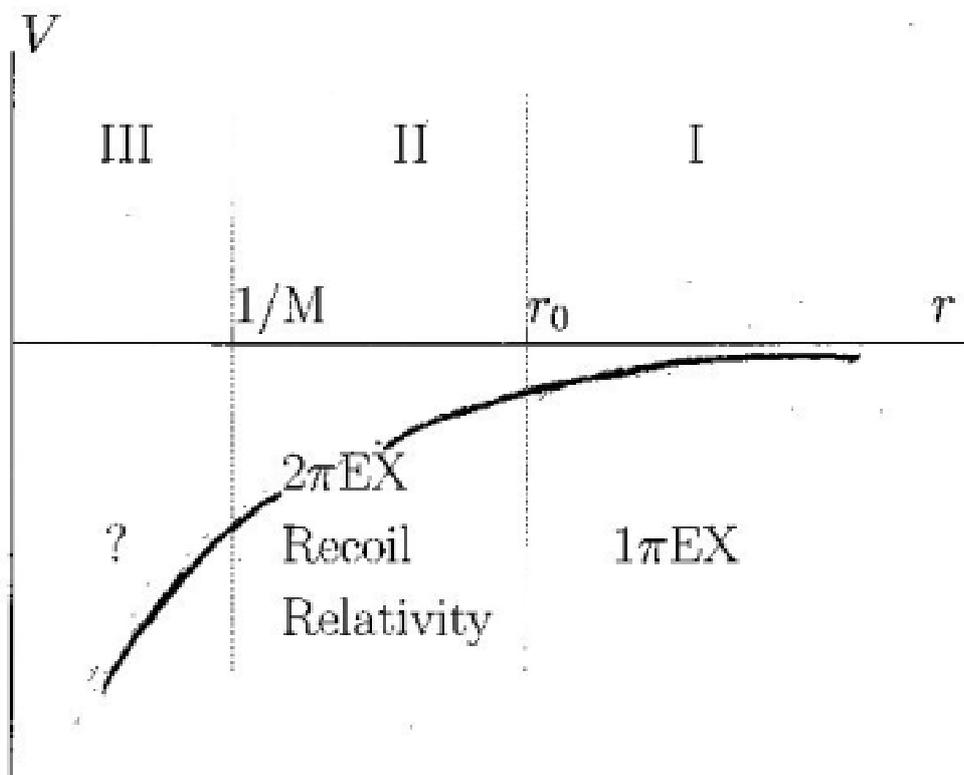


図 2 . 武谷の核力

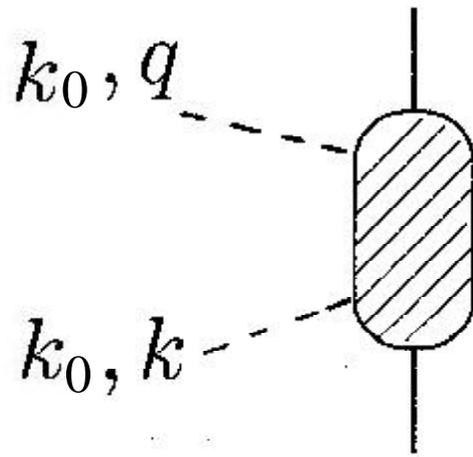


図3.1 パイ核子散乱

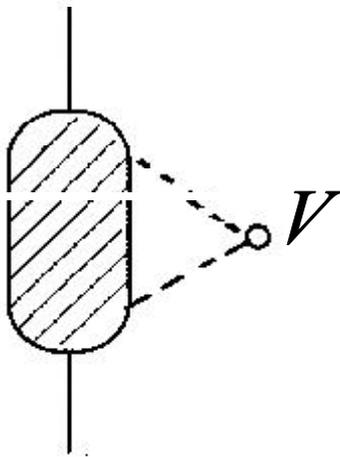


図3.2 パイオンの雲

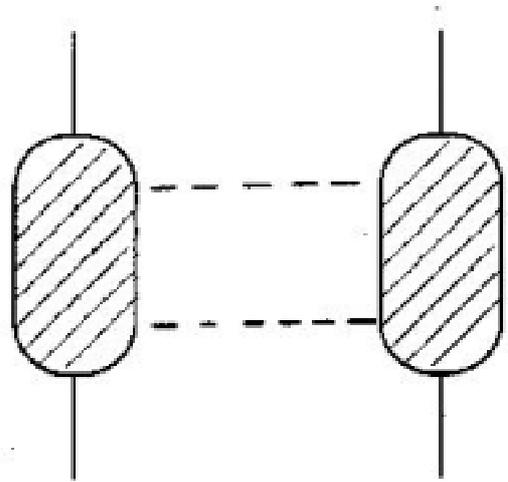


図3.3 2パイ交換

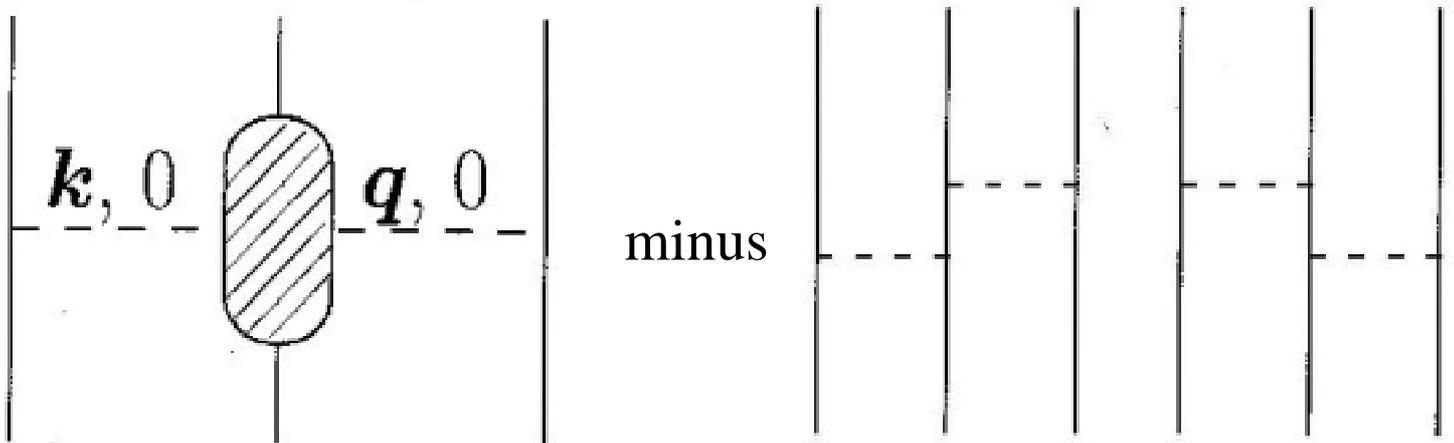


図4 . 3体核力

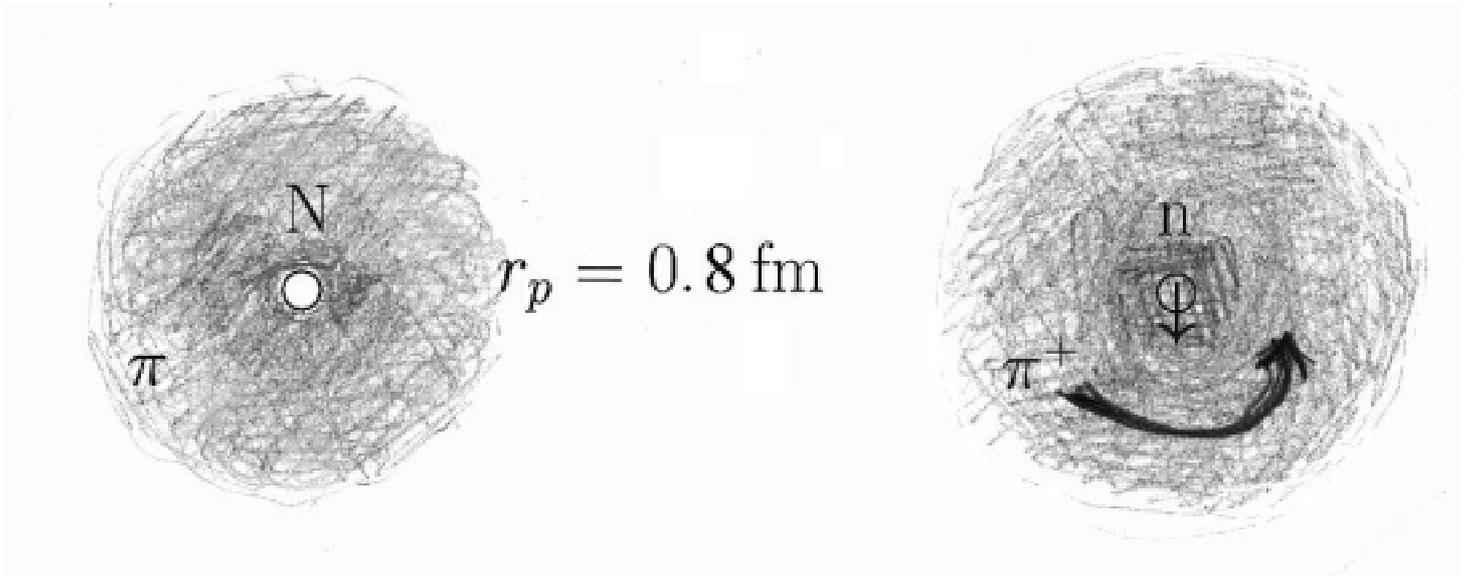
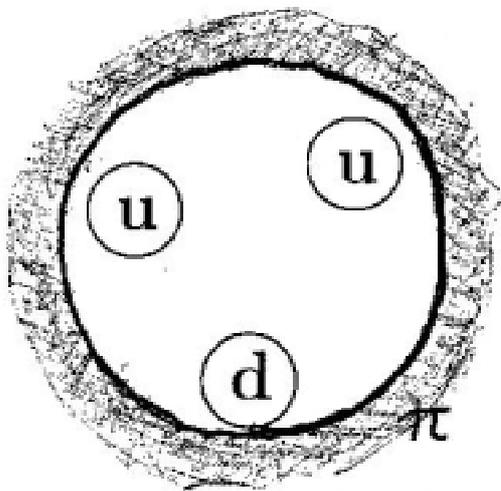


図5. 半世紀前の核子像と磁気モーメント



$$\mu_q \propto Q_q$$

$$\mu_p : \mu_n = 3 : -2.$$

$$\begin{array}{c} \leftarrow \quad \rightarrow \leftarrow \quad \rightarrow \\ 0.7 \text{ fm} \quad 0.8 \text{ fm} \end{array}$$

図6. 現在の核子像と磁気モーメント

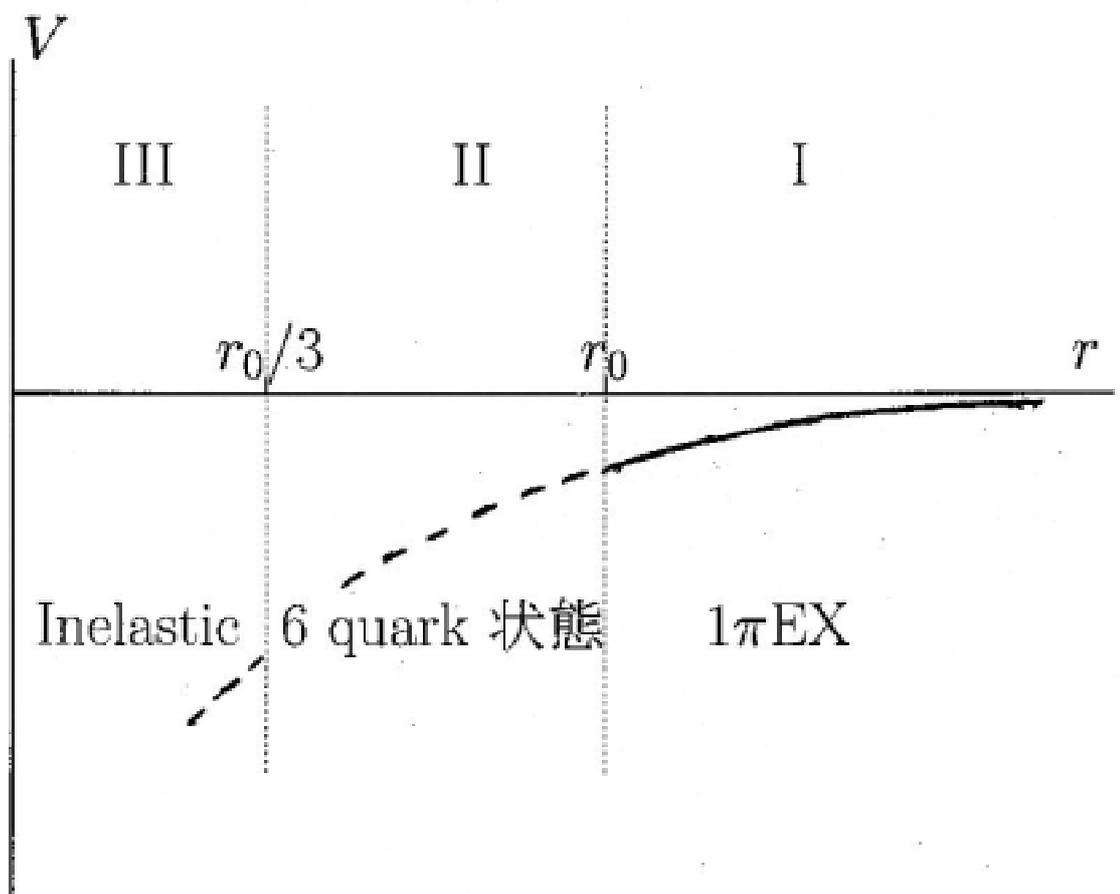


図 7. 現在の核力